09/03/2022

Elementy elektrodynamiki i optyki
Semestr II (letni) 2021/2022
Chemiczna Analiza Instrumentalna
Uniwersytet Warszawski

Proseminarium – Seria 1

Tydzień 1, 2, 3

Elektrostatyka

Zagadnienia przygotowawcze

Spróbuj wcześniej rozwiązać poniższe zadania. Przypomnij sobie definicję siły grawitacyjnej i porównaj ją z siłą Coulomba, szczególnie pod kątem matematycznym. Zwróć uwagę, że ładunki mają jednakże dwa znaki. Podobnie zastanów się nad analogiami elektrostatycznymi dla pola grawitacyjnego i przypomnij sobie definicję energii potencjalnej (w szczególności energii potencjalnej masy w polu grawitacyjnym). Warto również przypomnieć sobie pewne własności pochodnych cząstkowych i operacji obliczania gradientu funkcji. Podobnie, jeśli jesteś lepiej przygotowany matematycznie, zaznajom się z pojęciem całki powierzchniowej.

Uzasadnienie doboru materiału

Rozważania zaczynamy od elektrostatyki, jako, że jest ona fundamentem dalszych studiów. Na samym początku zaczynamy dość klasycznie od „prostego" prawa Coulomba i nawiązania do mechaniki (siła grawitacji, siła naciągu nici). Następnie przechodzimy do analizy rozkładów ładunków obliczając generowane przez nie potencjał elektryczny, pole elektryczne i obliczamy ich momenty dipolowe. Przykłady są oczywiście proste (układ ładunków w trójkącie, dipol), ale pokazują podstawowe zasady jakimi będziemy się posługiwać w dalszej części rozważań. Szczególnie ważne są tutaj rozważania dot. potencjału i momentu dipolowego, jako, że mają one bezpośrednie przełożenie na własności cząsteczek. Potencjał elektryczny pojawiać się będzie również w teorii obwodów (napięcie to różnica potencjałów) i w mechanice kwantowej, która bezpośrednio wyjaśnia istnienie poziomów energetycznych w atomach i cząsteczkach. Moment dipolowy jest natomiast niezwykle ważny w chemii. Na sam koniec zajmujemy się technikami matematycznymi (w pewnym uproszczeniu), które pozwalają nam w prosty sposób obliczać pola w niektórych wysoko symetrycznych sytuacjach (chodzi oczywiście o prawo Gaussa). Pozwoli to nam w przyszłości wyciągać wiele wniosków praktycznie nie musząc wiele liczyć.

Zadanie 1.1 *(naładowane kulki)*

Dwie metalowe kuleczki o masie $m = 1{,}0$ g zawieszone są na dwóch nitkach o długości $l = 30{,}0$ cm i przyczepionych do sufitu w odległości $d = 20{,}0$ cm. Jaki ładunek (równy co do wartości bezwzględnej) trzeba zgromadzić na każdej z kulek, aby każda przesunęła się w poziomie o odległość $x = 5{,}0$ cm? Czy „łatwiej" (w sensie mniejszego bezwzględnego ładunku) kulki od siebie odepchnąć czy je do siebie przyciągnąć? Jeśli kuleczki naładowane są różnoimiennie to co się stanie jak się ze sobą zetkną?

Zadanie 1.2 *(układ ładunków)*

W trzech narożach kwadratu o boku o długości a umieszczono ładunki $+3q$, $-2q$ i $-q$ (ładunek $+3q$ znajduje się po przekątnej od naroża kwadratu, w którym nie ma żadnego ładunku).

(a) Znajdź wektor natężenia pola elektrycznego w pustym narożu kwadratu i potencjał elektryczny w tym narożu.

(b) Oblicz potencjał elektryczny w dowolnym miejscu w przestrzeni względem pustego naroża kwadratu (potraktuj problem jako dwuwymiarowy), a następnie znajdź wektor natężenia pola elektrycznego w dowolnym miejscu w przestrzeni.

(c) Znajdź wektor momentu dipolowego dla takiego układu ładunków. Oblicz wartość momentu dipolowego przyjmując $a = 1{,}0$ Å i $q = 0{,}94 \cdot 10^{-20}$ C.

(d) Znajdź energię takiego układu ładunków. Czy taki układ ładunków jest trwały?

Zadanie 1.3 *(dipol)*

Dipol składa się z dwóch ładunków $+q$ i $-q$ w odległości d.

(a) Oblicz moment dipolowy takiego układu ładunków.

(b) Znajdź potencjał elektryczny i wektor natężenia pola elektrycznego dla takiego układu ładunków w dowolnym miejscu w przestrzeni.

(c) Znajdź potencjał elektryczny i wektor natężenia pola elektrycznego dla takiego układu ładunków w dowolnym miejscu w przestrzeni w przybliżeniu dalekiego pola.

Zadanie 1.4 *(prawo Gaussa)*

Dla podanych poniżej ciągłych rozkładów ładunku oblicz wektor natężenia pola elektrycznego i potencjał elektryczny wykorzystując za każdym razem definicję (tj. przez całkowanie rozkładu ładunku) i prawo Gaussa.

(a) Nieskończona nić naładowana ładunkiem o gęstości liniowej równej λ.

(b) Cienka metalowa sfera o promieniu R naładowana ładunkiem Q.

(c) Lita kula o promieniu R naładowana równomiernie ładunkiem Q.