



Tygodnik NIE @TygodnikNIE · 7h



Russia in RSA @EmbassyofRussia · 5 mar 2022

Dear subscribers, we have received a great number of letters of solidarity from South Africans, both individuals and organizations. We appreciate your support and glad you decided to stand with us today, when Russia, like 80 years ago, is fighting Nazism in Ukraine! 🇷🇺🇿🇦



Germany in SA @GermanEmbassySA

Sorry, but we can't stay silent on this one, it's just far too cynical. What 🇷🇺 is doing in 🇺🇦 is slaughtering innocent children, women and men for its own gain. It's definitely not "fighting Nazism". Shame on anyone who's falling for this. (Sadly, we're kinda experts on Nazism.)

9:58 AM · 5 mar 2022



Tygodnik NIE @TygodnikNIE

ŚWIATOWY ZWYCIĘZCA.

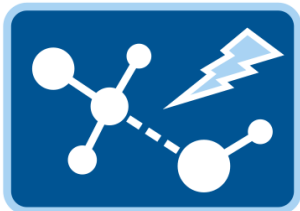


Dzban Roku 2022





Grupa Badawcza
Dynamiki Strukturalnej



photocrystallography.eu

ELEMENTY ELEKTRODYNAMIKI I OPTYKI

Chemiczna Analiza Instrumentalna

2021/2022

WYKŁAD 2

dr inż. **Radosław KAMIŃSKI**

(rkaminski85@uw.edu.pl)

dr hab. **Katarzyna N. JARZEMBSKA**

(katarzyna.jarzemska@uw.edu.pl)

Gmach Radiochemii, pok. 109a

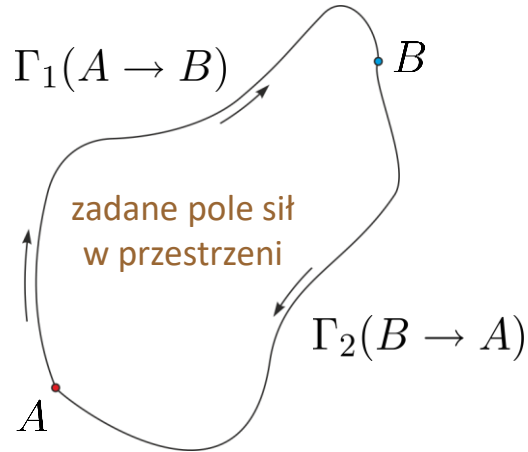
Wydział Chemii, Uniwersytet Warszawski

ul. Żwirki i Wigury 101, 02-093 Warszawa



Potencjał elektryczny

Siła zachowawcza



$$\int_{\Gamma_1} \mathbf{F} d\mathbf{r} + \int_{\Gamma_2} \mathbf{F} d\mathbf{r} = 0$$

dowolne krzywe zorientowane

lub inaczej

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{F} d\mathbf{r} = 0$$

praca nie zależy od drogi
(zależy jedynie od położenia początku i końca)

!! eksperyment mówi, że siła elektrostatyczna jest zachowawcza !!

można zdefiniować energię potencjalną

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\nabla E_p(\mathbf{r}) = -\text{grad } E_p(\mathbf{r})$$

gradient

operator "nabla"

$$\nabla = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{e}_z$$

Potencjał

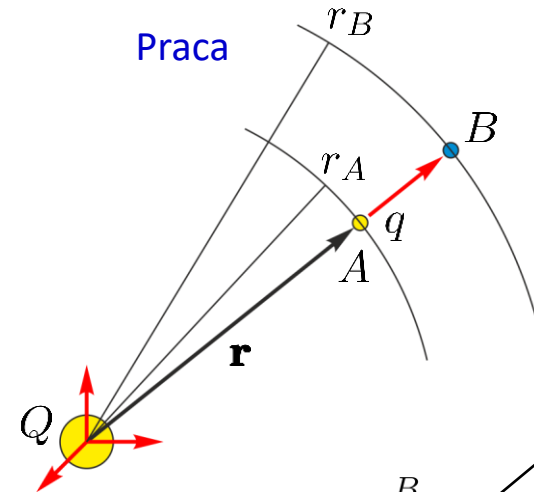
$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}_e}{q} = \frac{-\nabla E_p}{q} = -\nabla \left(\frac{E_p}{q} \right) = -\nabla \varphi$$

siła działająca na jednostkowy ładunek "próbny"

ładunek "próbny"

potencjał elektryczny
(energia potencjalna jednostkowego ładunku)

Praca



$$[\varphi] = \frac{\text{J}}{\text{C}} = \text{V} \quad \text{wolt}$$

pole ma symetrię sferyczną
(zostają tylko wkłady radialne)

$$\mathbf{F}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Qq}{r^2} \left(\frac{\mathbf{r}}{r} \right)$$

$$W_{A \rightarrow B} = \int_A^B \mathbf{F}_e d\mathbf{r} = \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Qq}{r^2} \left(\frac{\mathbf{r}}{r} \right) d\mathbf{r} =$$

Potencjał elektryczny

$$W_{A \rightarrow B} = \int_A^B \mathbf{F}_e \, d\mathbf{r} = \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Qq}{r^2} \left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) d\mathbf{r} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_A} - \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_B}$$

$\mathbf{r} d\mathbf{r} = r dr$

$$W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_p = -(E_p(B) - E_p(A)) = E_p(A) - E_p(B)$$

$$E_p(r) = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

energia potencjalna elektrostatyczna

$$W_{\infty \rightarrow r} = E_p(\infty) - E_p(r) = -E_p(r)$$

$$E_p(\infty) = 0$$

tak też chcemy
(brak oddziaływania w ∞)

to samo w "języku" potencjału

$$\frac{W_{A \rightarrow B}}{q} = \int_A^B \mathbf{E} \, d\mathbf{r} = \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) d\mathbf{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_A} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_B}$$

praca na jednostkę ładunku



$$\varphi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

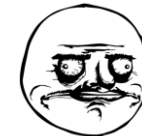
potencjał wytwarzany przez ładunek Q

$$W_{\infty \rightarrow r} = -q \cdot \varphi(r)$$

praca jaką wykonamy na przyniesienie ładunku q z nieskończoności na odległość r w pole ładunku Q

potencjał wytworzony przez ładunek Q

lub inaczej



$$E_p(r) = W_{r \rightarrow \infty} = q \cdot \varphi(r) = \int_r^{\infty} \mathbf{E} \, d\mathbf{r}$$

energia potencjalna ładunku q w polu ładunku Q

praca potrzebna na "wywalenie" ładunku q do ∞ z pola ładunku Q

Potencjał elektryczny

$$W_{A \rightarrow B} = \int_A^B \mathbf{F}_e \, d\mathbf{r} = \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Qq}{r^2} \left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) d\mathbf{r} \quad \leftarrow \mathbf{r}d\mathbf{r} = r dr$$

$$= \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_A} - \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_B}$$

$$W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_p = -(E_p(B) - E_p(A)) = E_p(A) - E_p(B)$$

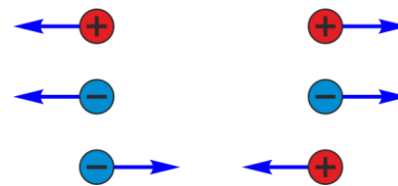
$$E_p(r) = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

energia potencjalna
elektrostatyczna

$$W_{\infty \rightarrow r} = E_p(\infty) - E_p(r) = -E_p(r)$$

$$E_p(\infty) = 0$$

tak też chcemy
(brak oddziaływania w ∞)



odpychanie

$$qQ > 0 \Rightarrow E_p(r) = W_{r \rightarrow \infty} > 0$$

przyciąganie

$$qQ < 0 \Rightarrow E_p(r) = W_{r \rightarrow \infty} < 0$$

to samo w "języku" potencjału

$$\frac{W_{A \rightarrow B}}{q} = \int_A^B \mathbf{E} \, d\mathbf{r} = \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) d\mathbf{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_A} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_B}$$

$$E_p(r) = q \cdot \varphi(r) = q \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \right)$$

$$\varphi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

potencjał wytwarzany
przez ładunek Q

"pole wykonuje pracę odpychania"
(układ niekorzystny energetycznie)

"trzeba wykonać pracę aby układ rozzerwać"
(układ korzystny energetycznie)

Potencjał elektryczny

Rozwinięcie multipolowe

potencjał jest addytywny

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = -\nabla\varphi_1 - \nabla\varphi_2 = -\nabla(\varphi_1 + \varphi_2) = -\nabla\varphi$$

można udowodnić wtedy, że...

(to jest tzw. **rozwinięcie multipolowe**)

całkowity potencjał
od wielu ładunków

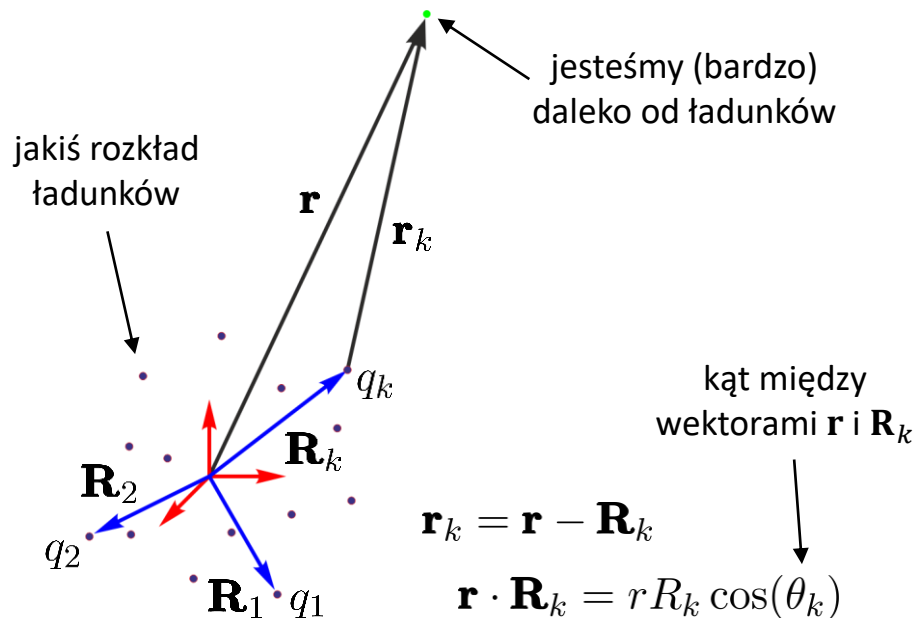
$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_k \frac{q_k}{r_k}$$

$$r \gg R_k$$

przybliżenie dalekiego pola
(ang. far-field approximation)

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \left[\sum_k q_k + \sum_k q_k \left(\frac{R_k}{r} \right) \cos(\theta_k) + \sum_k \frac{1}{2} q_k \left(\frac{R_k}{r} \right)^2 (3 \cos^2(\theta_k) - 1) + \dots \right]$$

(wyprowadzenie w materiałach dodatkowych)



$$\varphi = \varphi_{\text{mono}} + \varphi_{\text{dip}} + \varphi_{\text{quad}} + \dots$$

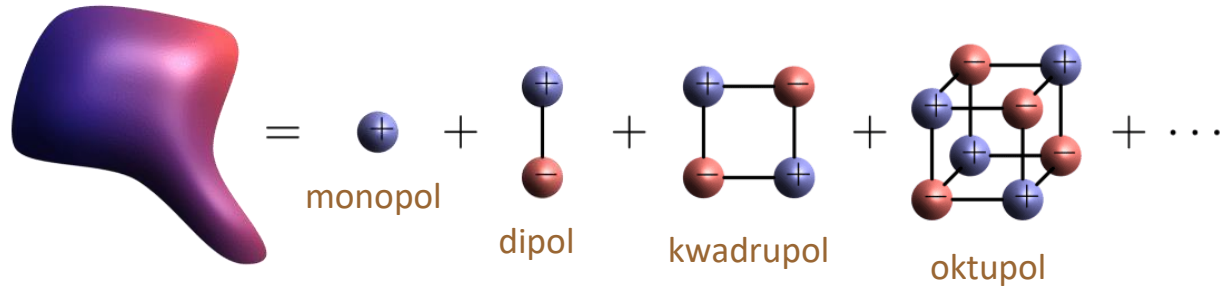
$$\varphi_{\text{mono}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \sum_k q_k \quad (\text{człon monopolowy})$$

$$\varphi_{\text{dip}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \sum_k q_k \left(\frac{R_k}{r} \right) \cos(\theta_k) \quad (\text{człon dipolowy})$$

$$\varphi_{\text{quad}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \sum_k \frac{1}{2} q_k \left(\frac{R_k}{r} \right)^2 (3 \cos^2(\theta_k) - 1) \quad (\text{człon kwadrupolowy})$$

Potencjał elektryczny

$$\varphi = \varphi_{\text{mono}} + \varphi_{\text{dip}} + \varphi_{\text{quad}} + \dots$$



monopol

$$\varphi_{\text{mono}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \sum_k q_k$$

po prostu suma ładunków
(zanika jak $1/r$)

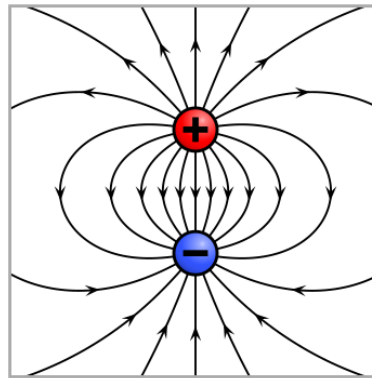
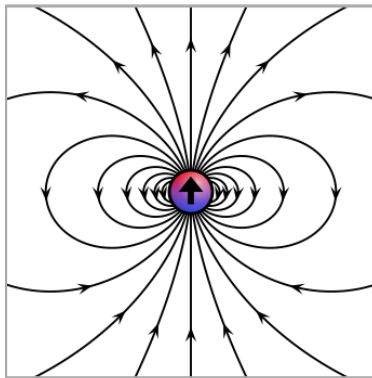
dipol idealny

“rzeczywisty” dipol (dwa ładunki)

odległość między
ładunkami

$$r \gg d$$

pole daleko od dipola



dipol

$$\varphi_{\text{dip}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \sum_k q_k \left(\frac{R_k}{r} \right) \cos(\theta_k)$$

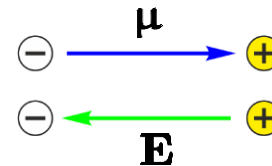
$$\frac{1}{r} \sum_k q_k R_k \cos(\theta_k) = \frac{R_k \cos(\theta_k) = \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{R}_k}{r}}{\text{iloczyn skalarny}}$$

$$= \frac{1}{r} \sum_k q_k \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{R}_k}{r} = \frac{1}{r^2} \sum_k q_k (\mathbf{R}_k \cdot \mathbf{r}) = \frac{1}{r^2} \left(\sum_k q_k \mathbf{R}_k \right) \cdot \mathbf{r}$$

$$\varphi_{\text{dip}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{r}}{r^3} \quad \mathbf{E}_{\text{dip}} = -\nabla \varphi_{\text{dip}}$$

zanika jak $1/r^3$

kierunek



ogólniej

$$\boldsymbol{\mu} = \int \varrho(\mathbf{r}) \mathbf{r} dV$$

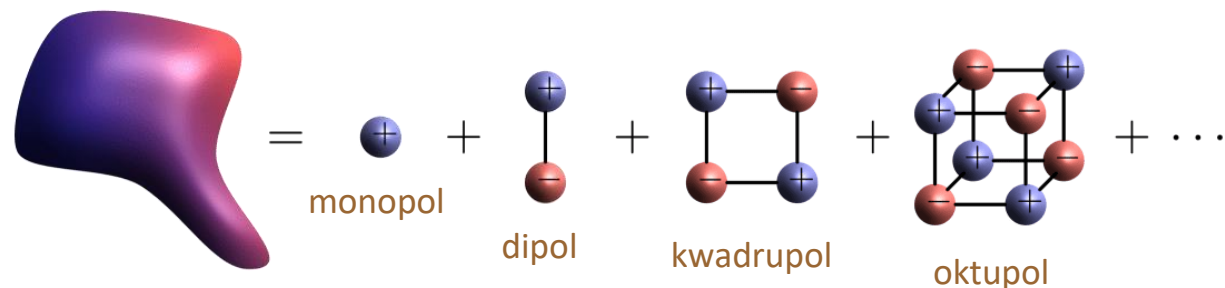
$$\boldsymbol{\mu} = \sum_k q_k \mathbf{R}_k$$

moment dipolowy

UWAGA: dla układów z $Q_{\text{całk}} = 0$ nie zależy od wyboru środka układu współrzędnych; jeśli $Q_{\text{całk}} \neq 0$ to **zależy** (!)

Potencjał elektryczny

$$\varphi = \varphi_{\text{mono}} + \varphi_{\text{dip}} + \varphi_{\text{quad}} + \dots$$

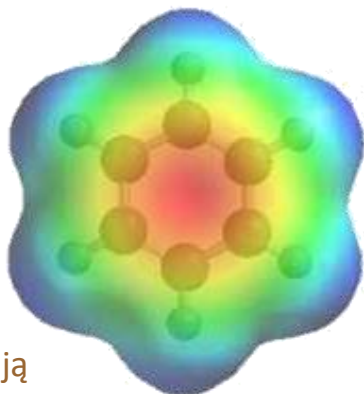


monopol

$$\varphi_{\text{mono}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \sum_k q_k$$

po prostu suma ładunków
(zanika jak $1/r$)

benzen
 $\mu = 0$

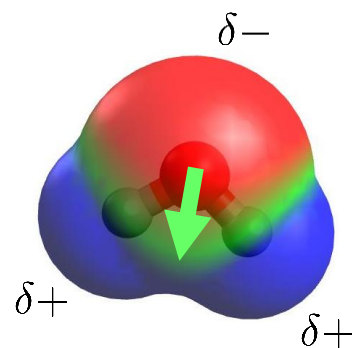


UWAGA: występują
niezerowe wyższe momenty

debaj

$$[\mu] = \text{C} \cdot \text{m}$$

$$1 \text{ D} \approx 3.33564 \cdot 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$$



woda (izolowana cząsteczka)
 $\mu = 1,86 \text{ D}$

dipol

$$\varphi_{\text{dip}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \sum_k q_k \left(\frac{R_k}{r} \right) \cos(\theta_k)$$

$$\frac{1}{r} \sum_k q_k R_k \cos(\theta_k) = \frac{R_k \cos(\theta_k) = \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{R}_k}{r}}{\text{iloczyn skalarny}}$$

$$= \frac{1}{r} \sum_k q_k \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{R}_k}{r} = \frac{1}{r^2} \sum_k q_k (\mathbf{R}_k \cdot \mathbf{r}) = \frac{1}{r^2} \left(\sum_k q_k \mathbf{R}_k \right) \mathbf{r}$$

$$\varphi_{\text{dip}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{r}}{r^3} \quad \mathbf{E}_{\text{dip}} = -\nabla \varphi_{\text{dip}}$$

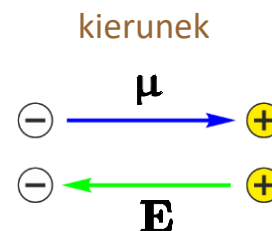
zanika jak $1/r^3$

ogólniej

$$\boldsymbol{\mu} = \int \varrho(\mathbf{r}) \mathbf{r} dV$$

$$\boldsymbol{\mu} = \sum_k q_k \mathbf{R}_k$$

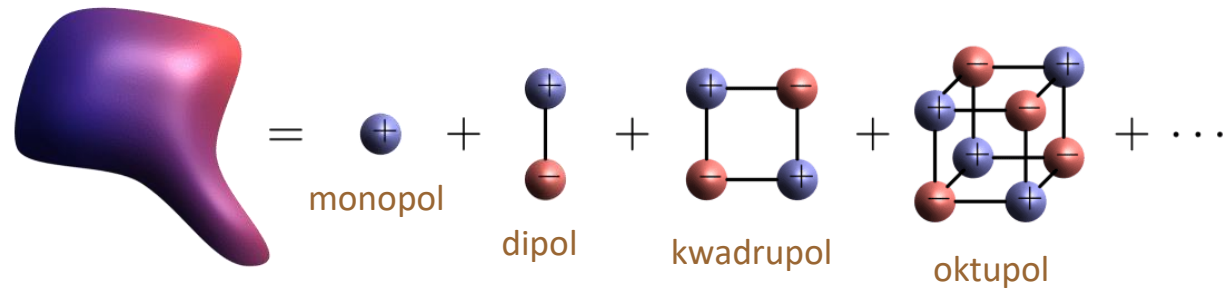
moment dipolowy



UWAGA: dla układów z $Q_{\text{całk}} = 0$ nie
zależy od wyboru środka układu
współrzędnych; jeśli $Q_{\text{całk}} \neq 0$ to **zależy (!)**

Potencjał elektryczny

$$\varphi = \varphi_{\text{mono}} + \varphi_{\text{dip}} + \varphi_{\text{quad}} + \dots$$



monopol

$$\varphi_{\text{mono}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \sum_k q_k$$

po prostu suma ładunków
(zanika jak $1/r$)

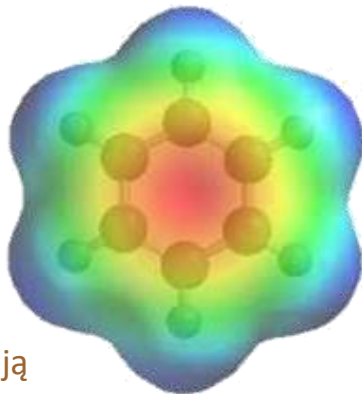
debaj

$$[\mu] = \text{C} \cdot \text{m}$$

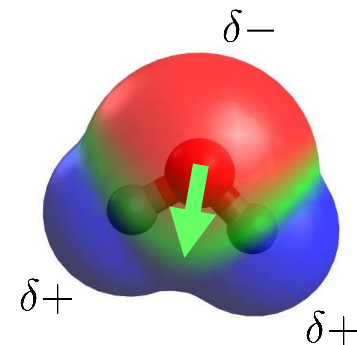
$$1 \text{ D} \approx 3.33564 \cdot 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$$

benzen

$$\mu = 0$$



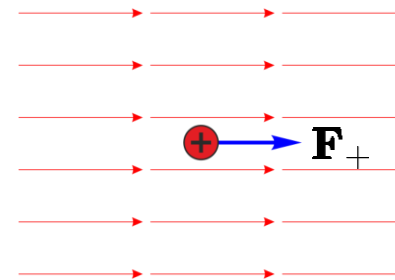
UWAGA: występują
niezerowe wyższe momenty



woda (izolowana cząsteczka)

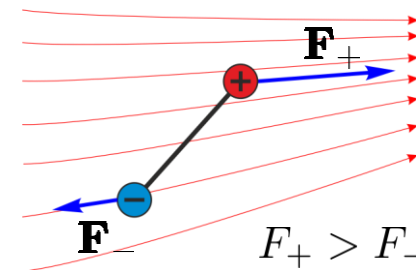
$$\mu = 1,86 \text{ D}$$

ładunek w polu **jednorodnym**



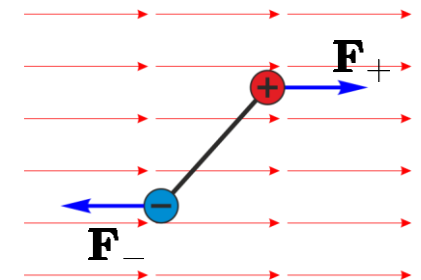
translacja

“rzeczywisty” dipol w
polu **niejednorodnym**



**!! wciąganie w obszar
silniejszego pola !!**

“rzeczywisty” dipol
w polu **jednorodnym**



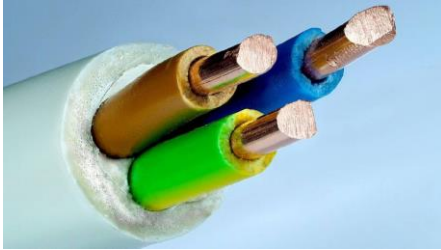
$$F_+ = F_-$$

obrót / oscylacja

Przewodniki

Materiały – podział z uwagi na przewodnictwo elektryczne

- **przewodniki**
- **izolatory**
- półprzewodniki
- nadprzewodniki

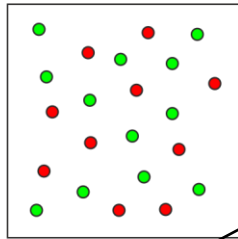
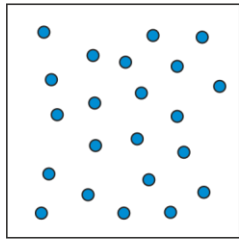


miedź – dobry przewodnik

przewodnik – materiał, w którym ładunki mogą się przemieszczać swobodnie

metal

elektrolit



elektrony (-)

jony ujemne (-)

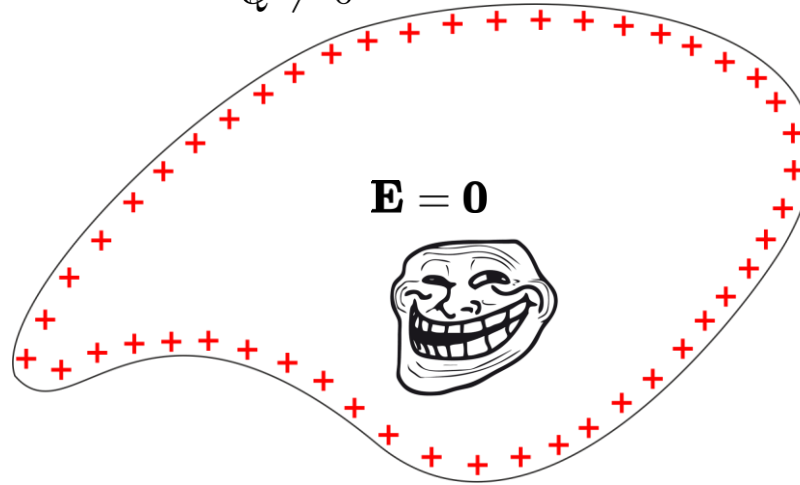
jądra (+)

jony dodatnie (+)

naładowany przewodnik
(ładunki **tylko** na powierzchni)

$$Q \neq 0$$

$$\mathbf{E} = 0$$



Przewodniki

Materiały – podział z uwagi na przewodnictwo elektryczne

- **przewodniki**
- **izolatory**
- półprzewodniki
- nadprzewodniki



miedź – dobry przewodnik

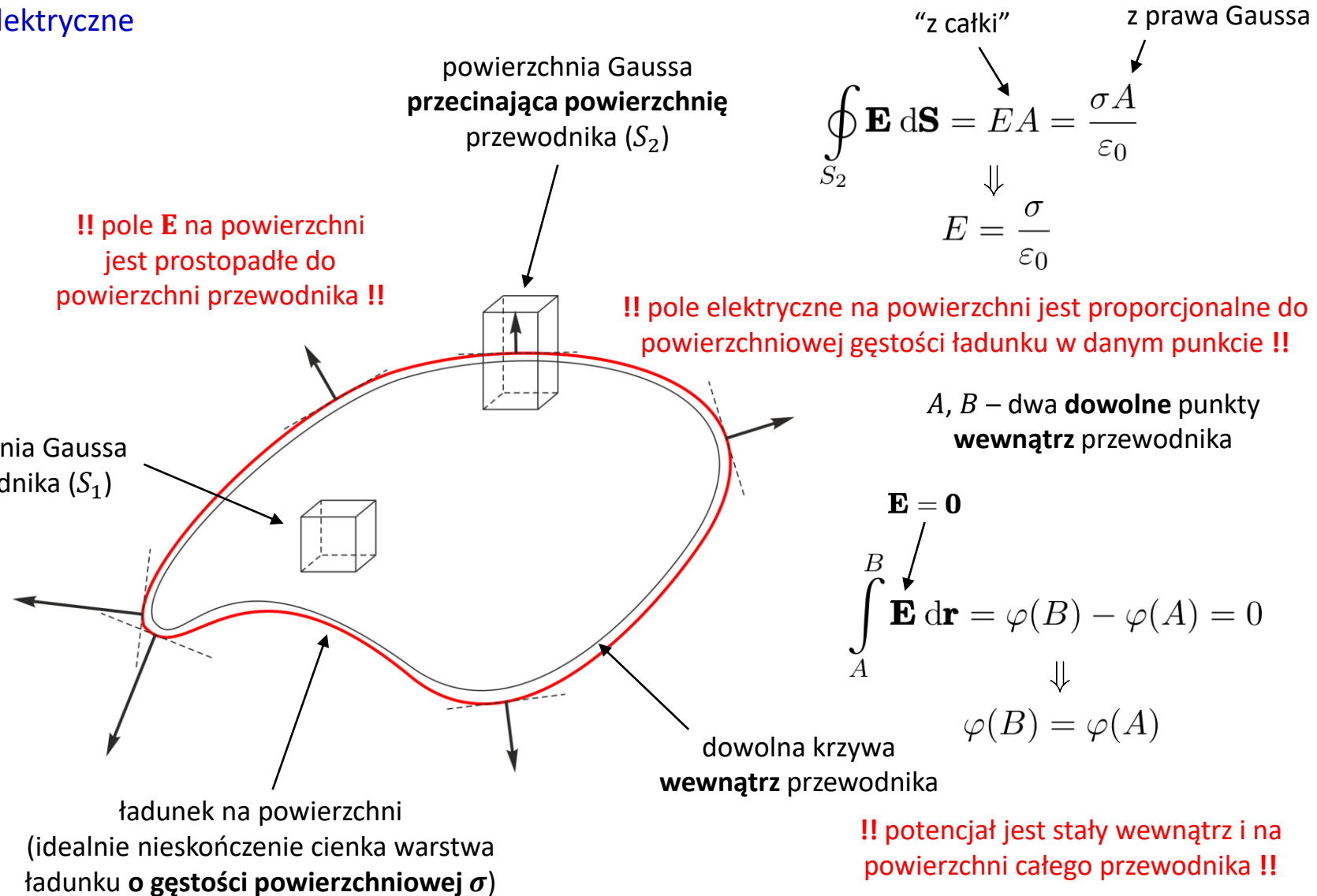
przewodnik – materiał, w którym ładunki mogą się przemieszczać swobodnie

wewnątrz S_1 nie ma (sumarycznego) ładunku

$$\oint_{S_1} \mathbf{E} \, d\mathbf{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \xrightarrow{Q=0} 0$$

!! pole elektryczne wewnątrz przewodnika wynosi zero !!

!! pole $\mathbf{E}$ na powierzchni jest prostopadłe do powierzchni przewodnika !!



“z całki” $\oint_{S_2} \mathbf{E} \, d\mathbf{S} = EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$ z prawa Gaussa

$$\Downarrow$$
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

!! pole elektryczne na powierzchni jest proporcjonalne do powierzchniowej gęstości ładunku w danym punkcie !!

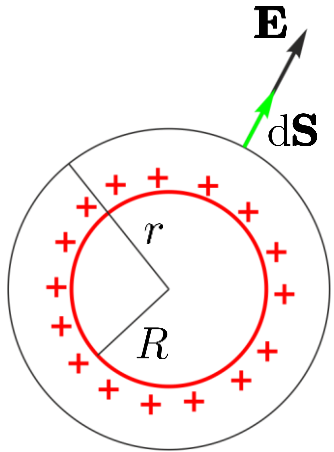
A, B – dwa **dowolne** punkty **wewnątrz** przewodnika

$$\mathbf{E} = 0$$
$$\int_A^B \mathbf{E} \, d\mathbf{r} = \varphi(B) - \varphi(A) = 0$$
$$\Downarrow$$
$$\varphi(B) = \varphi(A)$$

!! potencjał jest stały wewnątrz i na powierzchni całego przewodnika !!

Przewodniki

przewodząca kula



"z całki"

z prawa Gaussa

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}$$

poza kulą pole jak ładunku punktowego
(wewnątrz $E = 0$)

$$\varphi(r) = \int_r^\infty E \, dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_r^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

sferyczna powierzchnia
Gaussa o promieniu r

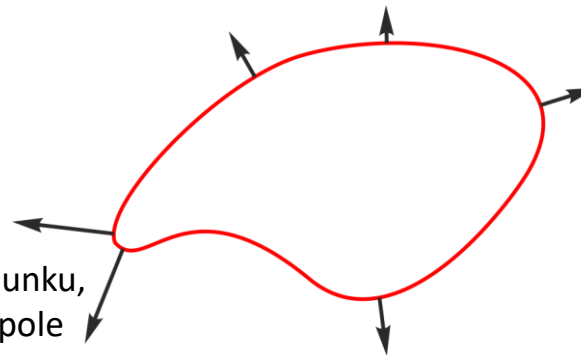
powierzchniowa
gęstość ładunku

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

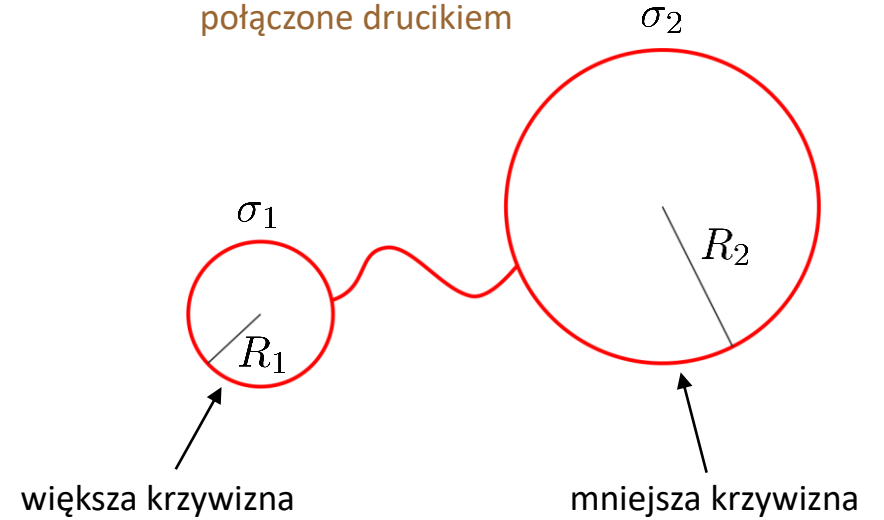
$$\varphi(R) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R} = \frac{\sigma R}{\epsilon_0}$$

potencjał wewnątrz
i na powierzchni kuli

więcej ładunku,
większe pole



przewodzące kule
połączone drucikiem



$$\varphi(R_1) = \frac{\sigma_1 R_1}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_2 R_2}{\epsilon_0} = \varphi(R_2)$$

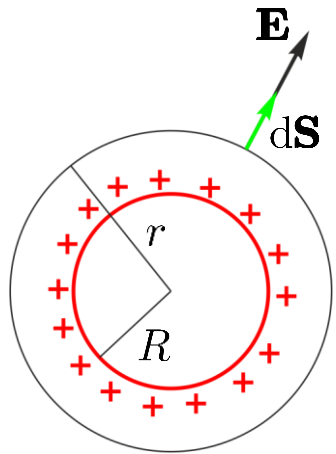
$$\sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2$$

**!! im większa krzywizna tym
większa gęstość ładunku !!**

większa gęstość ładunku to większe
pole elektryczne (**możliwa jonizacja
powietrza np. na ostrzach**)

Przewodniki

przewodząca kula



“z całki” z prawa Gaussa

$$\oint_S \mathbf{E} \, d\mathbf{S} = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}$$

poza kulę pole jak ładunku punktowego
(wewnątrz $E = 0$)

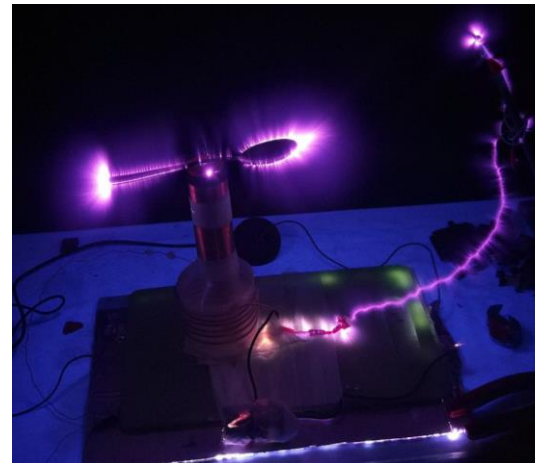
sferyczna powierzchnia
Gaussa o promieniu r

powierzchniowa
gęstość ładunku

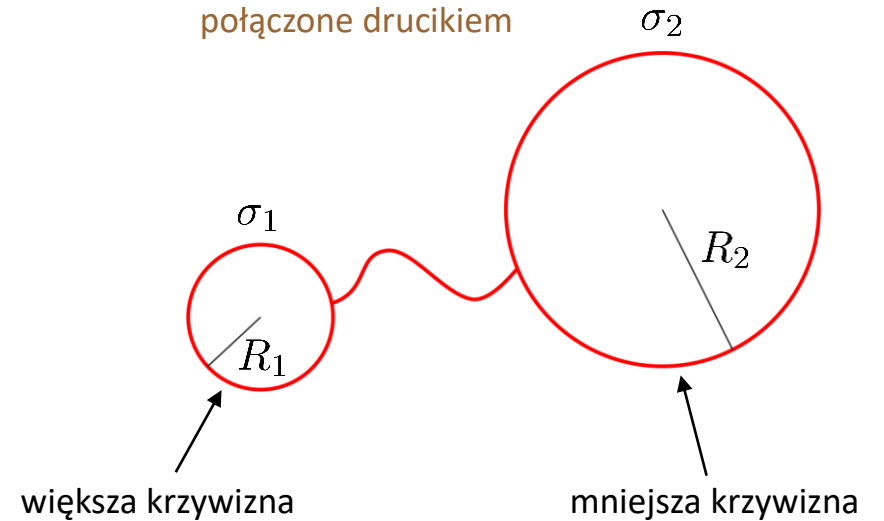
$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$$



wyładowanie koronowe



przewodzące kule
połączone drucikiem



$$\varphi(R_1) = \frac{\sigma_1 R_1}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_2 R_2}{\epsilon_0} = \varphi(R_2)$$

$$\sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2$$

**!! im większa krzywizna tym
większa gęstość ładunku !!**

większa gęstość ładunku to większe
pole elektryczne (możliwa jonizacja
powietrza np. na ostrzach)



☺ DZIĘKUJĘ ZA UWAGĘ ☺