

Zad. 1.3

W równaniu różniczkowym szukamy funkcji. Np. $y(x)$ i zadane są jej pochodne itp.

$$y' = x^2 \quad \text{lub} \quad \frac{dy}{dx} = x^2 \quad \text{szukamy } y(x) = ?$$

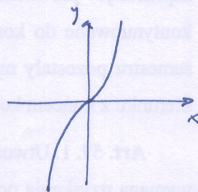
$$\int \frac{dy}{dx} \cdot dx = \int x^2 dx \quad \text{obustronne całkujemy}$$



tak można bo są
umownie że dx znaczy
infinitesymalny przyrost

$$\int dy = \int x^2 dx$$

$$y = \frac{1}{3} x^3 + C$$



$$y(x) = \frac{1}{3} x^3 + C$$

jakas stała (gdzie o niej zapomnieliśmy to bierzemy nie
mamy ostatecznego rozwiązania)
(ta stała można potem
określić z warunków początkowych)

$$y' = y^2 \quad \text{lub} \quad \frac{dy}{dx} = y^2$$

$$\frac{dy}{y^2} = dx \quad \text{rozdzielamy zmiennne}$$

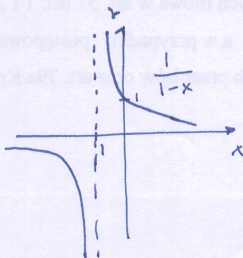
$$\int \frac{dy}{y^2} = \int dx$$

$$-\frac{1}{y} + C = x$$

$$-\frac{1}{y} + C = x$$

$$\frac{1}{y} = C - x$$

$$y(x) = \frac{1}{C - x}$$



$$x^2 y' = y \quad \text{lub} \quad x^2 \frac{dy}{dx} = y$$

$$\frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x^2}$$

rozdzielmy zmienné

$$\int \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} \cdot dx = \int \frac{1}{x^2} dx$$

$$\int \frac{1}{y} dy = \int \frac{1}{x^2} dx$$

ln y $-\frac{1}{x} + B$

$$\ln y = -\frac{1}{x} + B \quad \leftarrow \text{jakós stała}$$

$$y = e^{-\frac{1}{x} + B} = e^{-\frac{1}{x}} (e^B)$$

↑
jakós ta stała
= C

$$\boxed{y(x) = C e^{-1/x}}$$

