



1773 – Sejm Rozbiorowy powołał Komisję Edukacji Narodowej, pierwszą w Europie władzę oświatową o charakterze współczesnego ministerstwa oświaty publicznej.



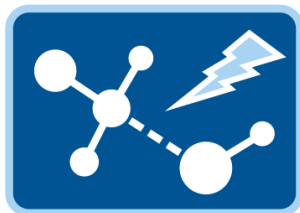
1924 – Utworzono Tadżycką ASRR.



1994 – Premiera filmu sensacyjnego Pulp Fiction w reżyserii Quentina Tarantino.



Grupa Badawcza
Dynamiki Strukturalnej



photocrystallography.eu

ELEMENTY MECHANIKI

Chemiczna Analiza Instrumentalna

2021/2022

WYKŁAD 2

dr inż. **Radosław KAMIŃSKI**

(rkaminski85@uw.edu.pl)

dr hab. **Katarzyna N. JARZEMBSKA**

(katarzyna.jarzemska@uw.edu.pl)

Gmach Radiochemii, pok. 109a

Wydział Chemii, Uniwersytet Warszawski
ul. Żwirki i Wigury 101, 02-093 Warszawa



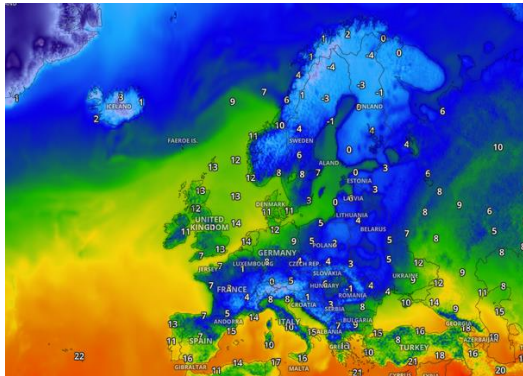
Wielkości fizyczne

Wielkość fizyczna – właściwość ciał lub zjawisk, którą można wyrazić i porównywać ilościowo

– poprzez porównanie z odpowiednimi wzorcami, dokonuje się pomiarów takich wielkości, dzięki czemu można wyrażać je liczbowo; **wielkość fizyczna = wartość liczbowo × jednostka**

Wielkości skalarne
(jedna liczba)

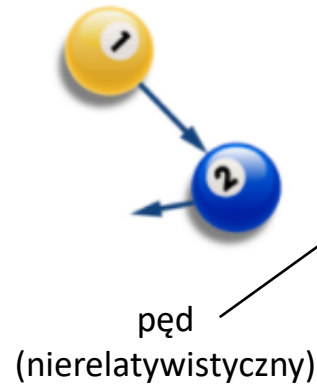
T temperatura (ang. temperature)
 m masa (ang. mass)
 t czas (ang. time)
 W praca (ang. work)
 φ potencjał elektryczny (ang. electric potential)



<https://www.eldoradoweather.com/>

Wielkości wektorowe
(kilka uporządkowanych liczb)

położenie
prędkość
pęd
siła
natężenie pola elektrycznego



$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}$$

(od razu zapis macierzowy)

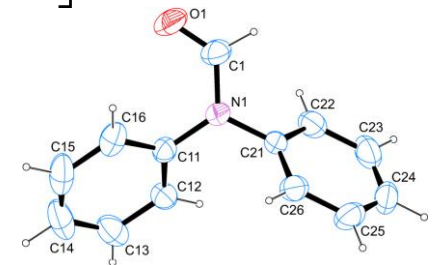
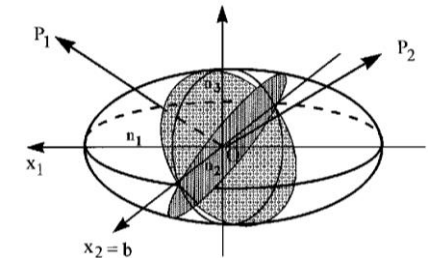
$$\begin{bmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

czterowektor
położenia
w czasoprzestrzeni

Wielkości tensorowe
(tablica uporządkowanych liczb)

moment bezwładności
naprężenie
polaryzowalność

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix}$$



Sejm Rzeczypospolitej Polskiej



<https://isap.sejm.gov.pl/>



DZIENNIK USTAW RZECZYPOSPOLITEJ POLSKIEJ

Warszawa, dnia 10 czerwca 2020 r.

Poz. 1024

**ROZPORZĄDZENIE
RADY MINISTRÓW**

z dnia 5 czerwca 2020 r.

w sprawie legalnych jednostek miar¹⁾

Na podstawie art. 5 ust. 2 ustawy z dnia 11 maja 2001 r. – Prawo o miarach (Dz. U. z 2020 r. poz. 140, 285 i 568) zarządza się, co następuje:

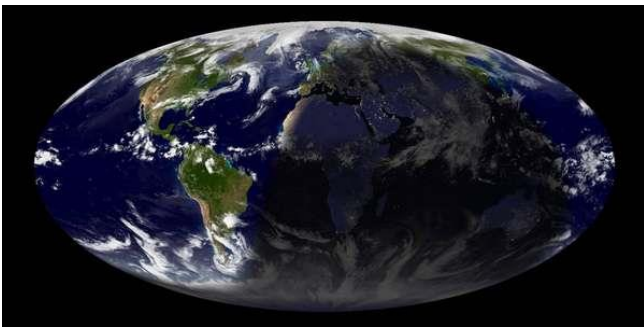
§ 1. Rozporządzenie określa:

- 1) nazwy, definicje i oznaczenia legalnych jednostek miar, zwanych dalej „jednostkami”;
- 2) jednostki nienależące do Międzynarodowego Układu Jednostek Miar (SI), zwanego dalej „SI”, które mogą być stosowane na terytorium Rzeczypospolitej Polskiej, zwane dalej „jednostkami dopuszczonymi”;
- 3) przedrostki i ich oznaczenia przeznaczone do tworzenia dziesiętnych podwielokrotności i wielokrotności jednostek;
- 4) zasady pisowni oznaczeń jednostek.

Jednostki

Międzynarodowy Układ Jednostek Miar (1960) (fr. *Système international d'unités*, SI)

Czas	sekunda	s	zdefiniowana poprzez przyjęcie ustalonej wartości liczbowej częstotliwości nadsubtelnego przejścia w atomie cezu 133 w niezaburzonym stanie podstawowym
Długość	metr	m	zdefiniowany poprzez przyjęcie ustalonej wartości liczbowej prędkości światła w próżni c, wynoszącej $299\,792\,458\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
Masa	kilogram	kg	zdefiniowany poprzez przyjęcie ustalonej wartości liczbowej stałej Plancka h, wynoszącej $6,626\,070\,15 \times 10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}$
Natężenie prądu elektrycznego	amper	A	zdefiniowany poprzez przyjęcie ustalonej wartości liczbowej ładunku elementarnego
Temperatura termodynamiczna	kelwin	K	zdefiniowany poprzez przyjęcie ustalonej wartości liczbowej stałej Boltzmanna k_B, wynoszącej $1,380\,649 \times 10^{-23}\,\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$
Ilość substancji	mol	mol	jeden mol zawiera dokładnie $6,022\,140\,76 \times 10^{23}$ obiektów
Światłość	kandela	cd	zdefiniowana poprzez przyjęcie ustalonej wartości liczbowej skuteczności świetlnej monochromatycznego promieniowania ...



Jednostki

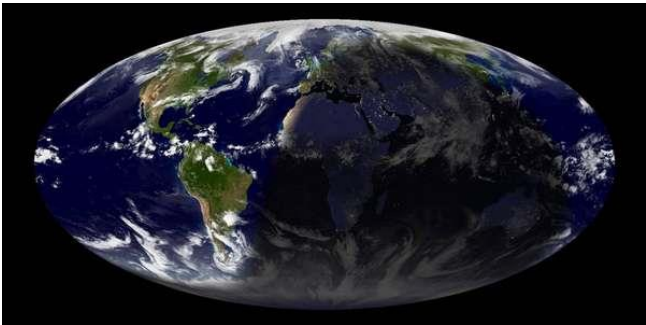
Międzynarodowy Układ Jednostek Miar (1960)
(fr. *Système international d'unités*, SI)

Czas	sekunda	s
Długość	metr	m
Masa	kilogram	kg
Natężenie prądu elektrycznego	amper	A
Temperatura termodynamiczna	kelwin	K
Ilość substancji	mol	mol
Światłość	kandela	cd

wielokrotności i wielokrotności

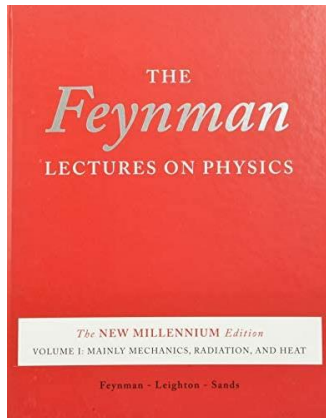
jotta	10 ²⁴	Y	decy	10 ⁻¹	d
zetta	10 ²¹	Z	centy	10 ⁻²	c
eksa	10 ¹⁸	E	mili	10 ⁻³	m
peta	10 ¹⁵	P	mikro	10 ⁻⁶	μ
tera	10 ¹²	T	nano	10 ⁻⁹	n
giga	10 ⁹	G	piko	10 ⁻¹²	p
mega	10 ⁶	M	femto	10 ⁻¹⁵	d
kilo	10 ³	k	atto	10 ⁻¹⁸	a
hekto	10 ²	h	zepto	10 ⁻²¹	z
deka	10	da	jokto	10 ⁻²⁴	y

są też oczywiście inne jednostki spoza układu SI i tak dalej ...

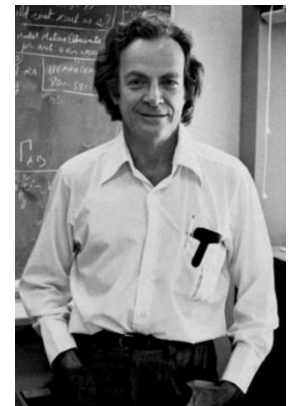


Skala

1 m	10^0 m	ludzie, fale radiowe
1 mm	10^{-3} m	ziarna piasku, pchła
100 μ m	10^{-4} m	ludzki włos, pierwotniaki
10 μ m	10^{-5} m	komórki zwierzęce
1 μ m	10^{-6} m	bakterie
10 nm	10^{-8} m	małe wirusy
1 nm	10^{-9} m	grubość nici DNA
1 Å	10^{-10} m	rozmiar atomu
1 fm	10^{-15} m	proton, jądro atomowe
poniżej	10^{-18} m	ograniczenie na rozmiar elektronu



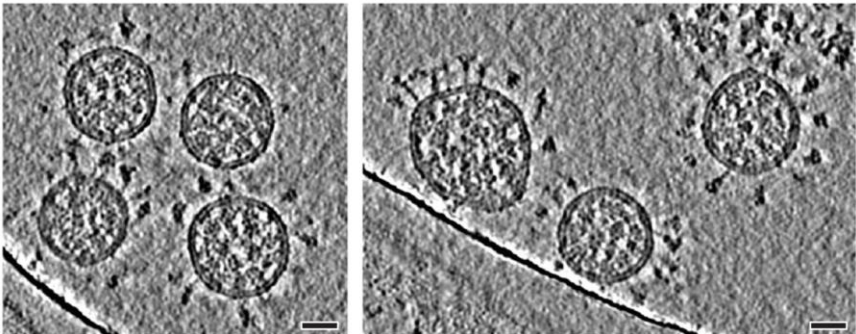
*"If, in some cataclysm, all of scientific knowledge were to be destroyed, and only one sentence passed on to the next generations of creatures, what statement would contain the most information in the fewest words? I believe it is the atomic hypothesis (or the atomic fact, or whatever you wish to call it) that **all things are made of atoms – little particles that move around in perpetual motion, attracting each other when they are a little distance apart, but repelling upon being squeezed into one another.** In that one sentence, you will see, there is an enormous amount of information about the world, if just a little imagination and thinking are applied."*



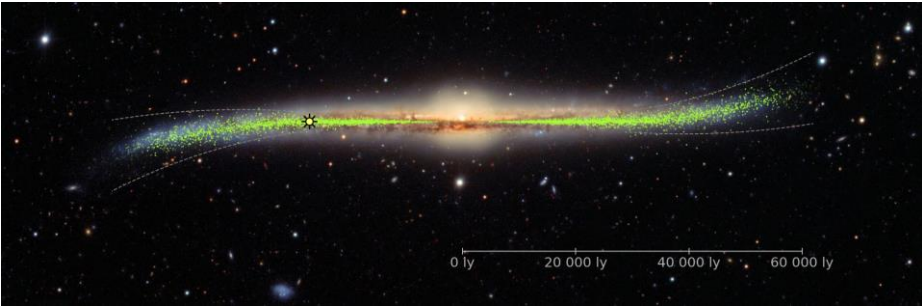
Richard Feynman
(1918 – 1988)
Nagroda Nobla
z fizyki (1965)

Skala

1 m	10^0 m	ludzie, fale radiowe
1 mm	10^{-3} m	ziarna piasku, pchła
100 μ m	10^{-4} m	ludzki włos, pierwotniaki
10 μ m	10^{-5} m	komórki zwierzęce
1 μ m	10^{-6} m	bakterie
10 nm	10^{-8} m	małe wirusy
1 nm	10^{-9} m	grubość nici DNA
1 Å	10^{-10} m	rozmiar atomu
1 fm	10^{-15} m	proton, jądro atomowe
poniżej	10^{-18} m	ograniczenie na rozmiar elektronu



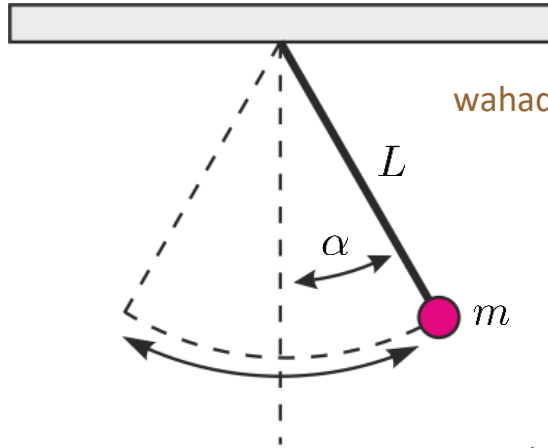
B. Turoňová *et al.*, In situ structural analysis of SARS-CoV-2 spike reveals flexibility mediated by three hinges, *Science* **2020**, 370, 203-208



D. A. Skorwon *et al.*, A three-dimensional map of the Milky Way using classical Cepheid variable stars, *Science* **2019**, 365, 478-482

1 m	10^0 m	ludzie, fale radiowe
10 km	10^4 m	najwyższe góry, komety
10 tyś. km	10^7 m	promień Ziemi
1 mln km	10^9 m	promień Słońca
1 AU	10^{11} m	orbita Ziemi
30 AU	10^{13} m	układ słoneczny (orbita Neptuna)
4 ly	10^{16} m	najbliższa gwiazda (Proxima Centauri)
10 tyś. ly	10^{21} m	Droga Mleczna (nasza galaktyka)
100 mln ly	10^{24} m	supergromada galaktyk
14 mld. ly	10^{26} m	promień obserwowanego Wszechświata

Modele matematyczne

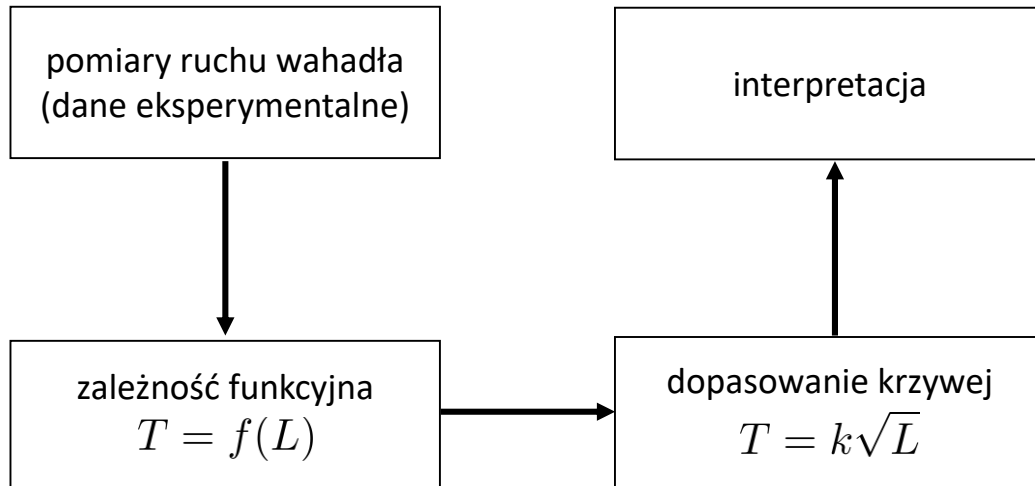


wahadło wykonuje **ruch oscylacyjny** (drgający)

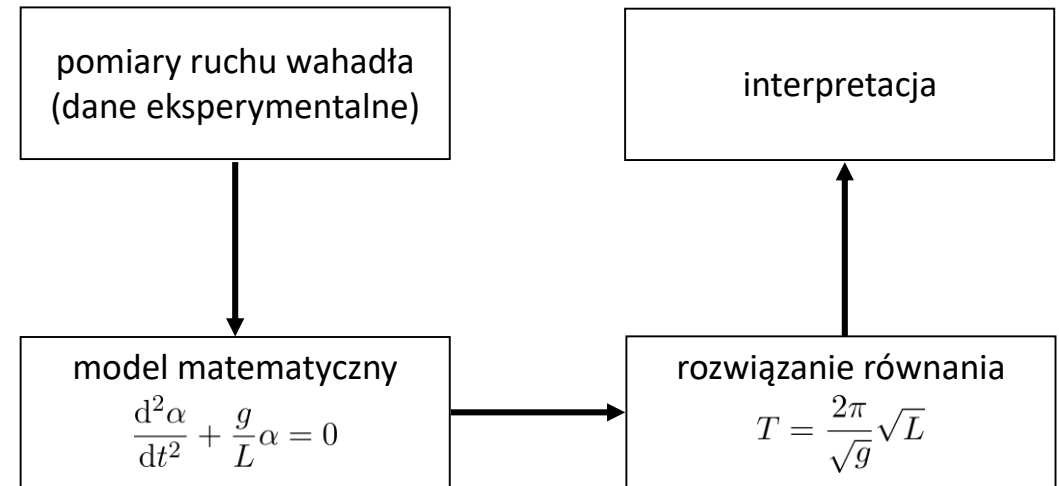
$$\nu = \frac{n}{t} \quad \text{częstotliwość drgań}$$

$$T = \frac{t}{n} = \frac{1}{\nu} \quad \text{okres drgań (wygodny dla nas do pomiaru, np. stoperem)}$$

Model **opisowy**



Model **przyczynowy**



POKAZ W2-1: pomiar przyspieszenia ziemskiego



Contents lists available at ScienceDirect

Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics

journal homepage: www.elsevier.com/locate/jweia



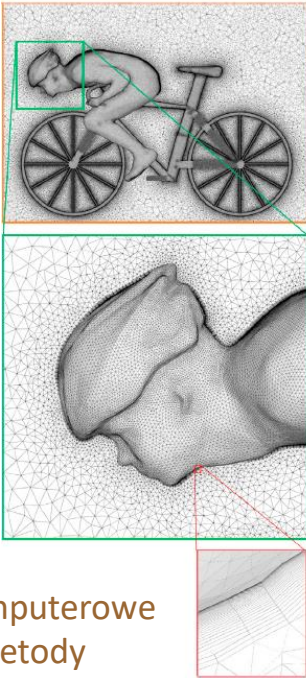
Aerodynamic analysis of different cyclist hill descent positions

Bert Blocken^{a,b,*}, Thijs van Druenen^a, Yasin Toparlar^a, Thomas Andrianne^c

^a Department of the Built Environment, Eindhoven University of Technology, P.O. Box 513, 5600, Eindhoven, the Netherlands

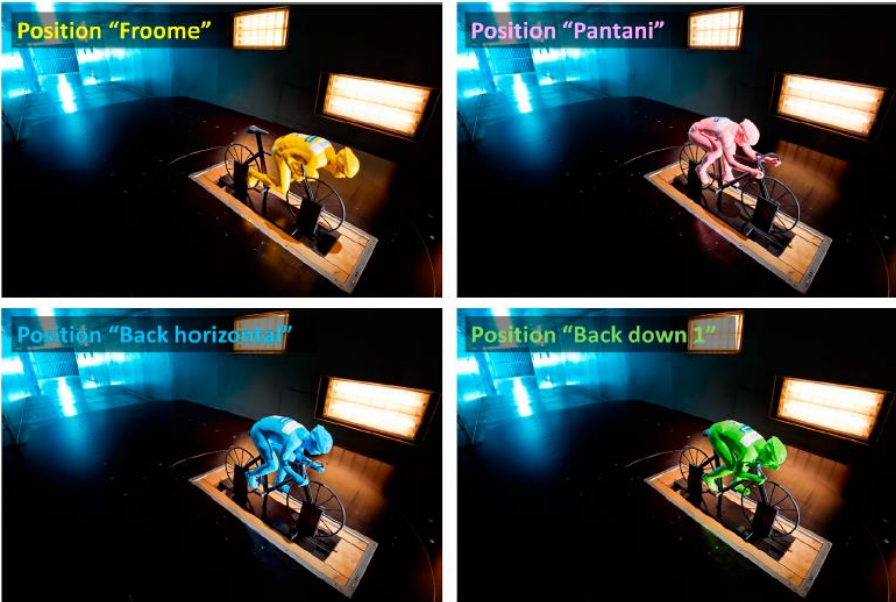
^b Department of Civil Engineering, KU Leuven, Kasteelpark Arenberg 40 – Bus 2447, 3001, Leuven, Belgium

^c Department of Aerospace and Mechanical Engineering, University of Liège, Allée de la Découverte, 9 Quartier Polytech 1, B52/3, B-4000, Liège, Belgium



modelowanie komputerowe
za pomocą metody
elementów skończonych

pomiary w tunelu areodynamicznym





Contents lists available at ScienceDirect

Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics

journal homepage: www.elsevier.com/locate/jweia



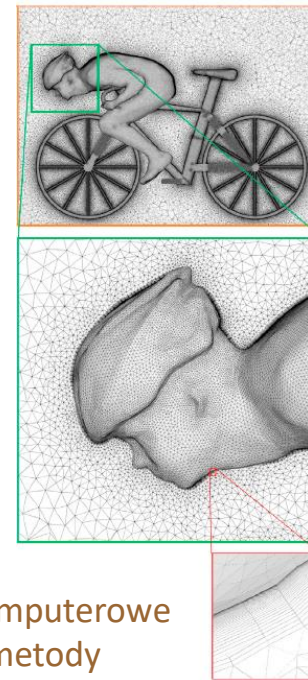
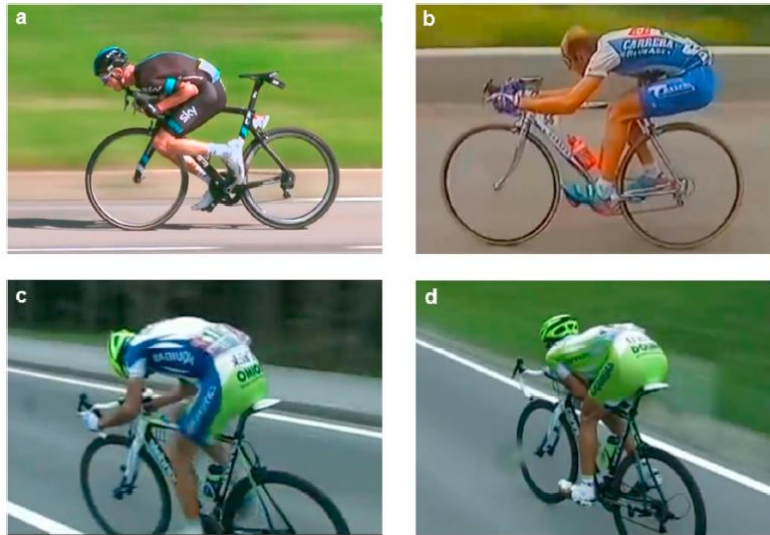
Aerodynamic analysis of different cyclist hill descent positions

Bert Blocken^{a,b,*}, Thijs van Druenen^a, Yasin Toparlar^a, Thomas Andrianne^c

^a Department of the Built Environment, Eindhoven University of Technology, P.O. Box 513, 5600, Eindhoven, the Netherlands

^b Department of Civil Engineering, KU Leuven, Kasteelpark Arenberg 40 – Bus 2447, 3001, Leuven, Belgium

^c Department of Aerospace and Mechanical Engineering, University of Liège, Allée de la Découverte, 9 Quartier Polytech 1, B52/3, B-4000, Liège, Belgium

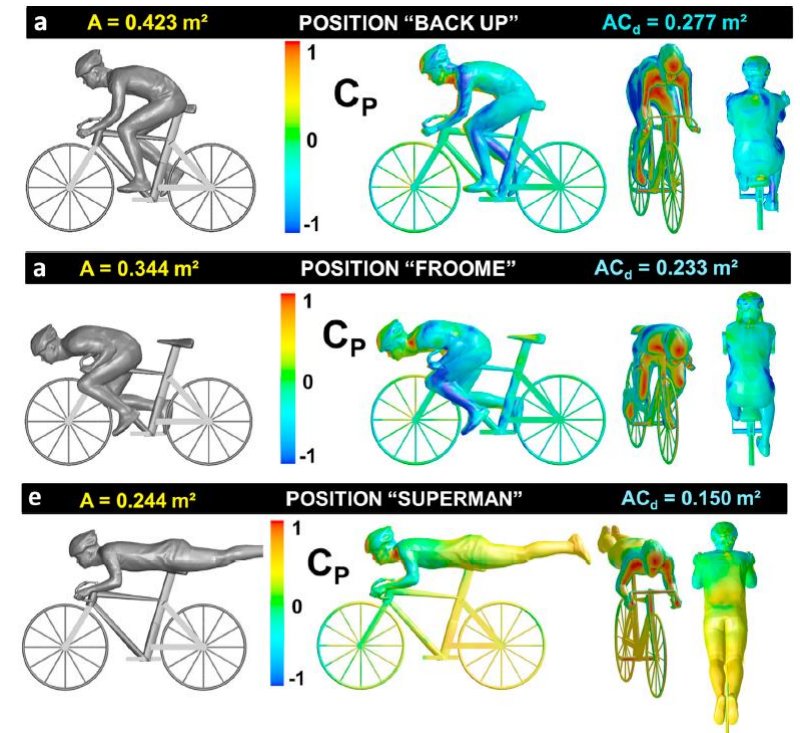


modelowanie komputerowe
za pomocą metody
elementów skończonych

Rola komputerów:

- wykonywanie skomplikowanych obliczeń
- gromadzenie i przetwarzanie danych
- symulacja i modelowanie złożonych procesów fizycznych

współczynnik statycznego ciśnienia na rowerzystę



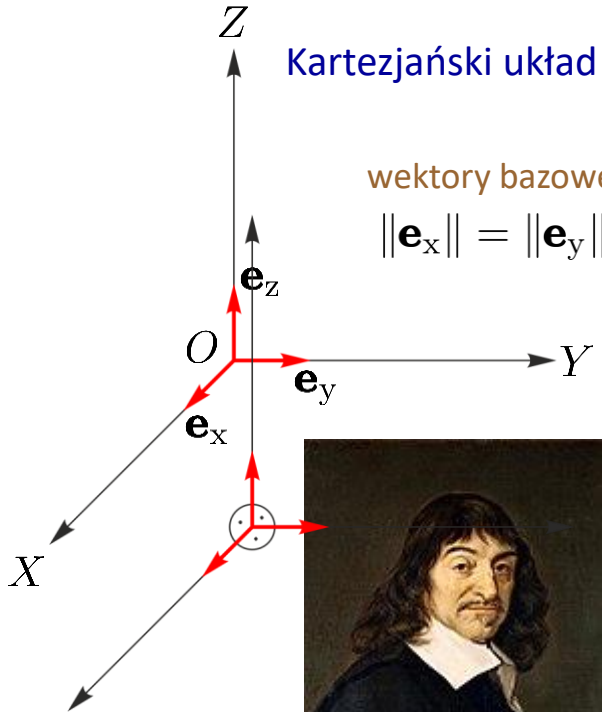
Opis ruchu

Ruch (i też położenie) jakiegoś ciała zawsze **względem** innego ciała, z którym wiążemy tzw. **układ odniesienia**. Z układami odniesienia będziemy wiązać jakiś konkretny **układ współrzędnych** (np. kartezjański, biegunowy, sferyczny itp.)

Kartezjański układ współrzędnych

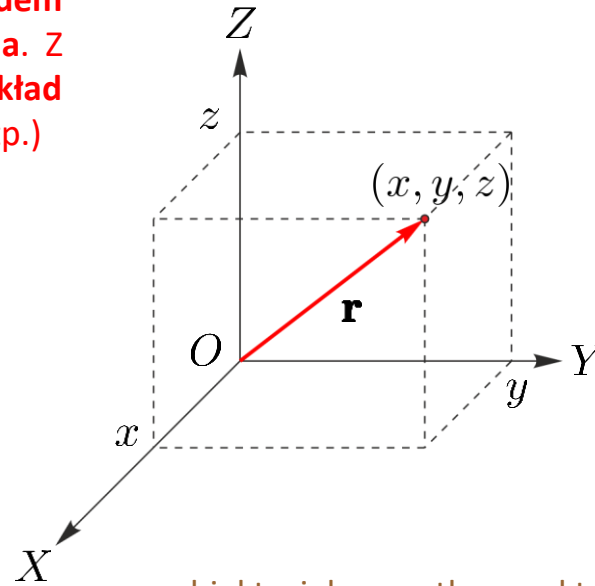
wektory bazowe, jednostkowe

$$\|\mathbf{e}_x\| = \|\mathbf{e}_y\| = \|\mathbf{e}_z\| = 1$$



René Descartes
(1596 – 1650)

Wektor położenia (wodzący) w układzie współrzędnych



$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = x \mathbf{e}_x + y \mathbf{e}_y + z \mathbf{e}_z$$

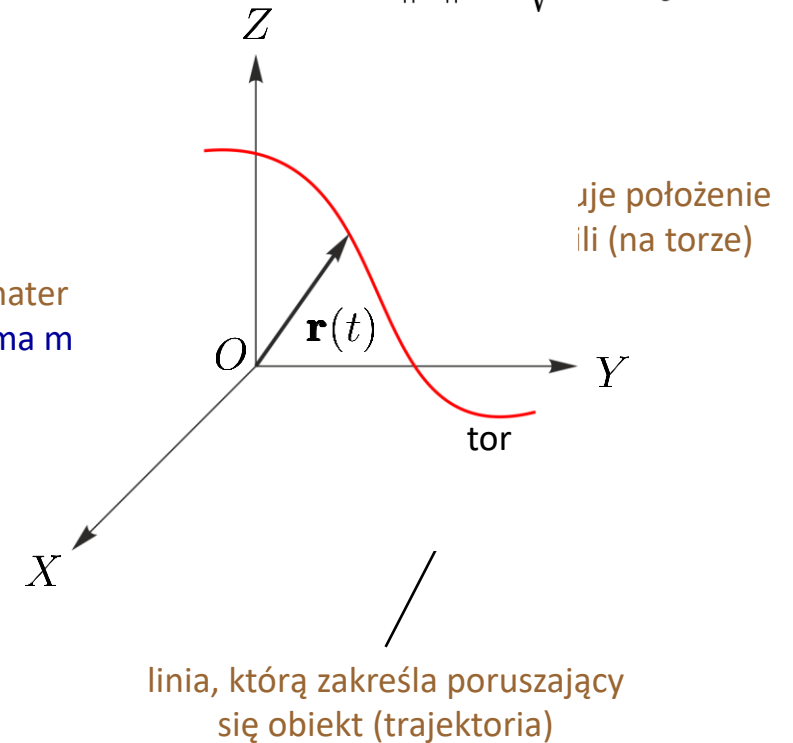
długość wektora położenia

$$r = \|\mathbf{r}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

obiekt, ciało, cząstka, punkt mater
(zaniedbujemy rozmiary, **ale ma m**

wektor wodzący (i jego współrzędne)
to funkcja czasu

$$\mathbf{r}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = x(t) \mathbf{e}_x + y(t) \mathbf{e}_y + z(t) \mathbf{e}_z$$



uje położenie
ili (na torze)

linia, którą zakreśla poruszający
się obiekt (trajektoria)

Opis ruchu

Najprostrze definicje

prędkość
(ang. velocity)

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

przebyta droga

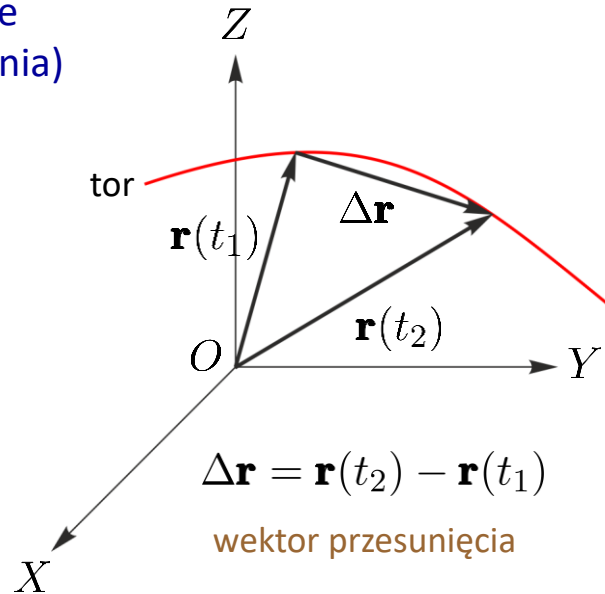
zmiana **położenia** w jakimś czasie (jak szybko zmienia się **położenie**)

przyspieszenie
(ang. acceleration)

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

zmiana **prędkości** w jakimś czasie (jak szybko zmienia się **prędkość**)

Lepsze definicje (prędkość średnia)



POKAZ W2-2: pomiar prędkości światła

Opis ruchu

Najprostrze definicje

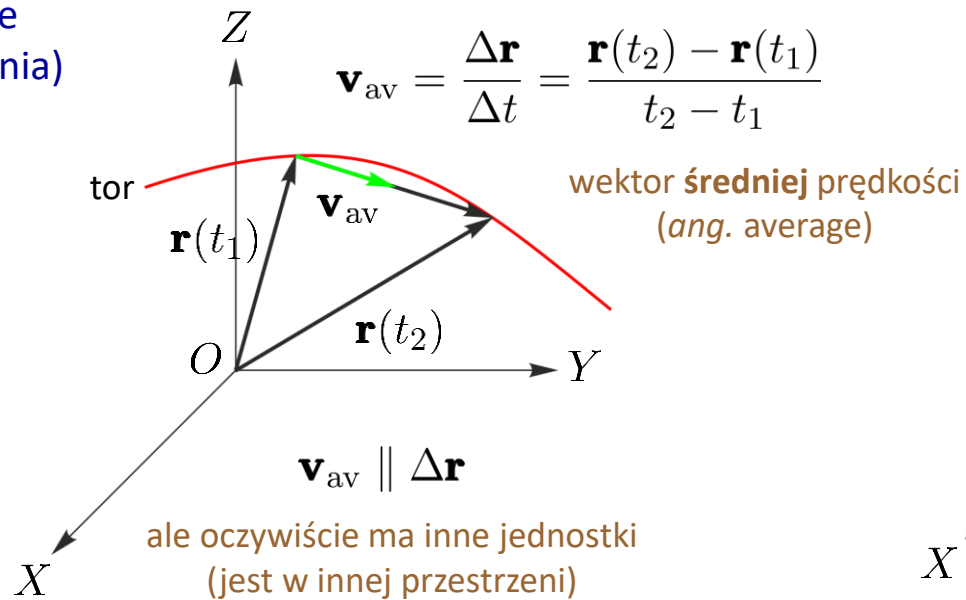
prędkość
(ang. velocity)

$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ przebyta droga
zmiana **położenia** w jakimś czasie (jak szybko zmienia się **położenie**)

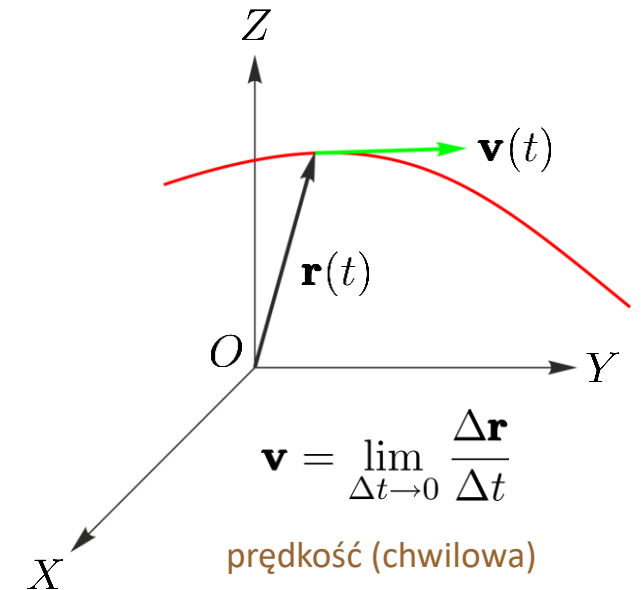
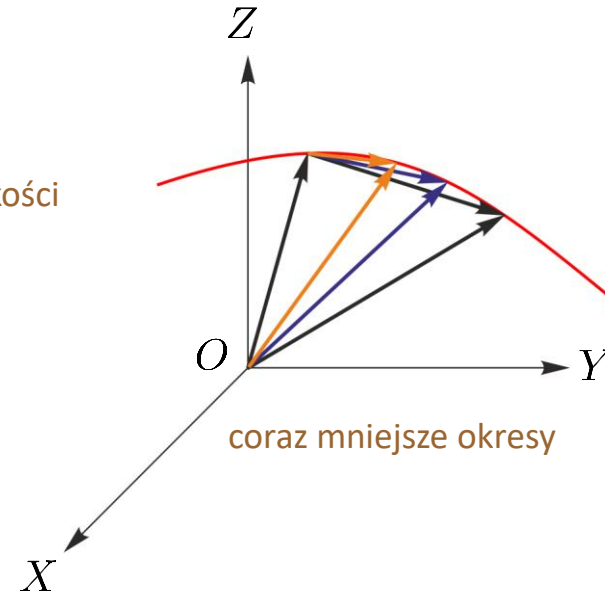
przyspieszenie
(ang. acceleration)

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ zmiana **prędkości** w jakimś czasie (jak szybko zmienia się **prędkość**)

Lepsze definicje (prędkość średnia)

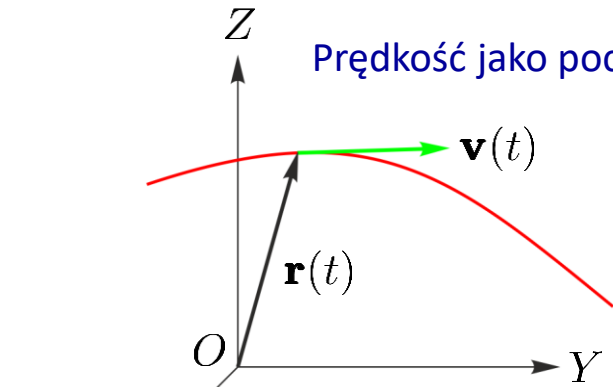


Jeszcze lepsze definicje (prędkość chwilowa)



Opis ruchu

Prędkość jako pochodna położenia



$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{\mathbf{r}(t_2) - \mathbf{r}(t_1)}{t_2 - t_1} =$$

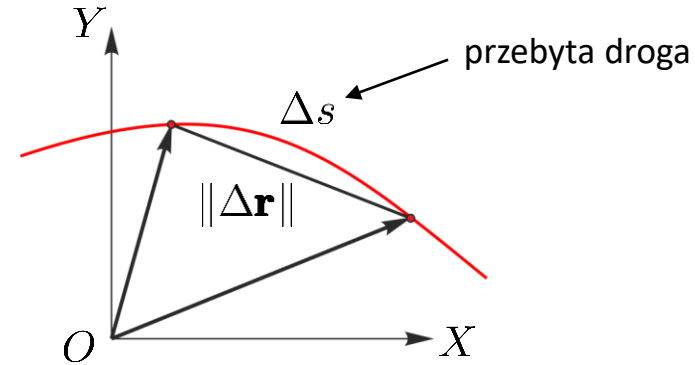
$$= \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \dot{\mathbf{r}}$$

prędkość to **podchodna** położenia po czasie
(czyt. miara zmiany położenia w czasie)

notacja Leibniza

notacja Newtona („z kropką”)

$$\mathbf{v}(t) = \begin{bmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \\ v_z(t) \end{bmatrix} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}(t) = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta s} \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} \right) = \left(\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta s} \right) \cdot \left(\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \right) =$$

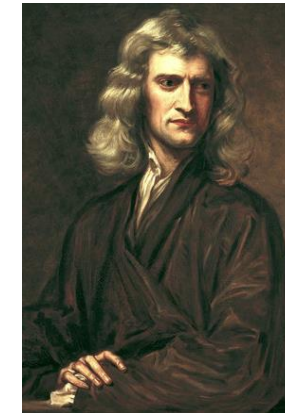
$$= \frac{d\mathbf{r}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = \mathbf{e}_t \cdot \frac{ds}{dt} = v \mathbf{e}_t$$

prędkość jest zawsze styczna do toru
(widać, że ma tylko składową styczną)

jednostkowy wektor styczny
(ang. tangent) do toru

długość wektora
(wartość prędkości, szybkość)

$$v = \|\mathbf{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$



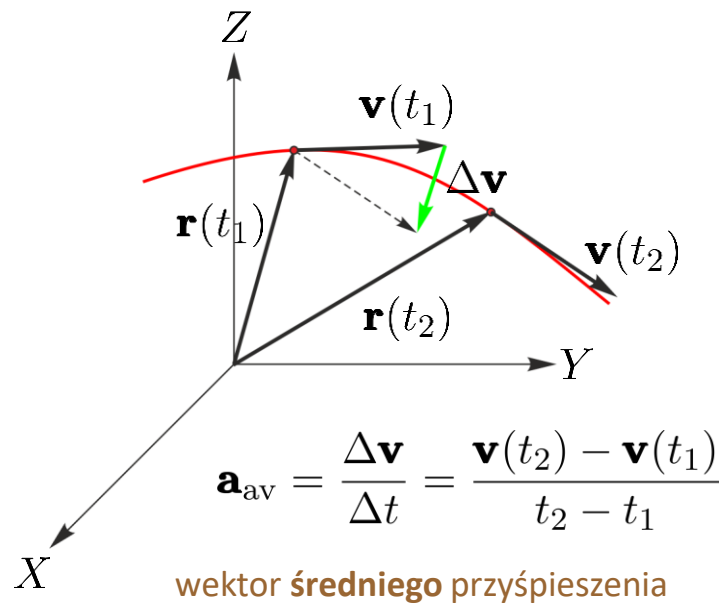
Isaac Newton
(1642– 1727)



Gottfried Leibniz
(1646 – 1716)

Opis ruchu

Przyspieszenie jako pochodna prędkości

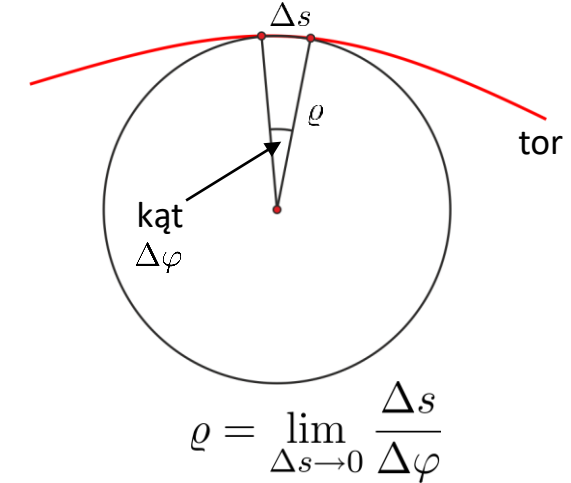


$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{\mathbf{v}(t_2) - \mathbf{v}(t_1)}{t_2 - t_1} = \\ &= \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \dot{\mathbf{v}} = \\ &= \frac{d}{dt} \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \ddot{\mathbf{r}} \end{aligned}$$

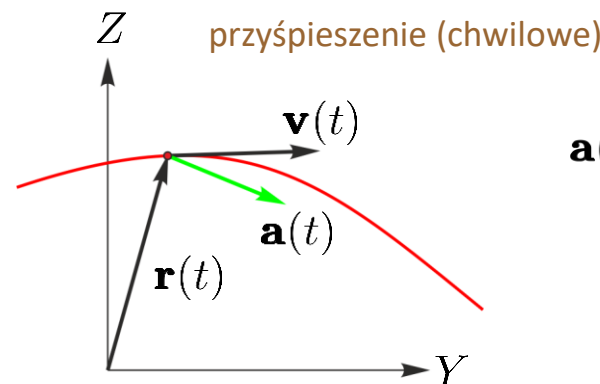
druga pochodna położenia

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d}{dt} (v \cdot \mathbf{e}_t) = \frac{dv}{dt} \mathbf{e}_t + v \frac{d\mathbf{e}_t}{dt} = \dots = \frac{dv}{dt} \mathbf{e}_t + \frac{v^2}{\rho} \mathbf{e}_n$$

$\frac{d}{dt}$ pochodna iloczynu funkcji
 $\frac{dv}{dt}$ składowa styczna
 $\frac{d\mathbf{e}_t}{dt}$ składowa **normalna** (ang. normal)
 $\frac{v^2}{\rho}$ promień krzywizny (lokalny)



1. składowa **styczna** odpowiada za zmianę **wartości prędkości**
2. składowa **normalna** odpowiada za zmianę **kierunku ruchu**



$$\mathbf{a}(t) = \begin{bmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \\ a_z(t) \end{bmatrix} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}(t) = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \\ v_z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{v}_x(t) \\ \dot{v}_y(t) \\ \dot{v}_z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \\ \ddot{z}(t) \end{bmatrix}$$

$$a = \|\mathbf{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

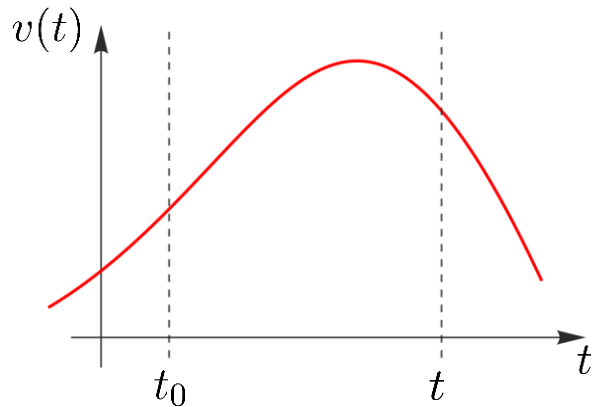
Całkowanie

Przemieszczenie jako całka z prędkości

rozważmy ruch **jednowymiarowy**

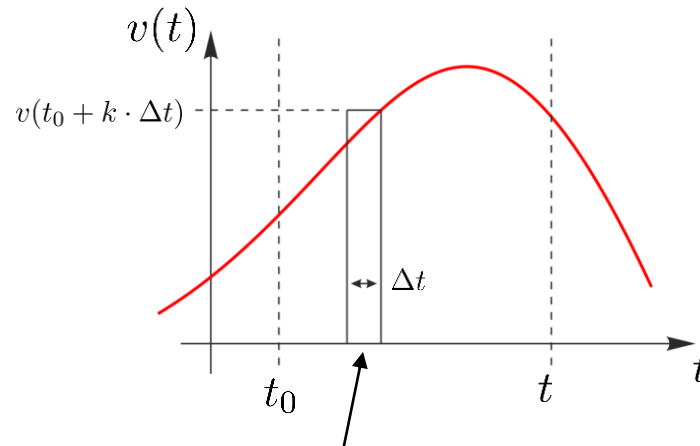
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta s = v \cdot \Delta t \quad \text{droga „naiwnie” to prędkość} \times \text{czas}$$

to wspaniale działa jak prędkość jest stała, gorzej jak prędkość się zmienia...



dzielimy przedział na n równych kawałków
(będziemy je numerować indeksem k)

$$\Delta t = \frac{t - t_0}{n} \quad k = 1, \dots, n$$

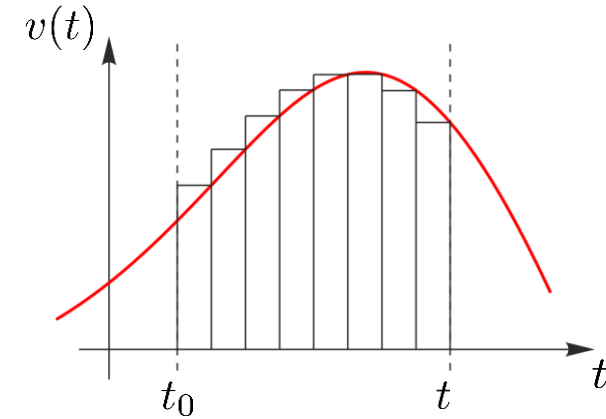


k -ty przedział

przybliżona droga w jednym k -tym przedziale

$$\Delta s_k = v(t_0 + k \cdot \Delta t) \cdot \Delta t$$

(geometrycznie to jest pole prostokąta)



przybliżona droga we **wszystkich**
przedziałach łącznie

$$s = \sum_{k=1}^n \Delta s_k = \sum_{k=1}^n v(t_0 + k \cdot \Delta t) \cdot \Delta t$$

prawdziwa droga to granica przy $n \rightarrow \infty$
("nieskończona suma nieskończenie małych kawałków")

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \Delta s_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n v(t_0 + k \cdot \Delta t) \cdot \Delta t$$
$$= \int_{t_0}^t v(t) \, dt$$

położenie jako całka z prędkości
(w $\geq 2D$ wzór analogiczny)
(w $1D$ też droga, $\geq 2D$ już **NIE**)

Całkowanie

Całkowanie równań ruchu z warunkami początkowymi

całka z prędkości

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(t_0) + \int_{t_0}^t \mathbf{v}(t) dt = \begin{bmatrix} x(t_0) \\ y(t_0) \end{bmatrix} + \int_{t_0}^t \begin{bmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \end{bmatrix} dt = \begin{bmatrix} x(t_0) + \int_{t_0}^t v_x(t) dt \\ y(t_0) + \int_{t_0}^t v_y(t) dt \end{bmatrix}$$

(przykładowo w 2D)

położenie po czasie t położenie początkowe

aneks matematyczny

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) dx &= F(b) - F(a) \\ \Downarrow \\ \int_{t_0}^t v(t) dt &= x(t) - x(t_0) \\ \Downarrow \\ x(t) &= x(t_0) + \int_{t_0}^t v(t) dt \end{aligned}$$

całka z przyspieszenia

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}(t_0) + \int_{t_0}^t \mathbf{a}(t) dt = \begin{bmatrix} v_x(t_0) \\ v_y(t_0) \end{bmatrix} + \int_{t_0}^t \begin{bmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \end{bmatrix} dt = \begin{bmatrix} v_x(t_0) + \int_{t_0}^t a_x(t) dt \\ v_y(t_0) + \int_{t_0}^t a_y(t) dt \end{bmatrix}$$

prędkość po czasie t prędkość początkowa

Całkowanie

Często spotykane ruchy jednowymiarowe (prostoliniowe)

ruch jednostajny ($a = 0$; zakładamy warunki początkowe: $x(t_0) = x_0$ i $v(t_0) = v_0$)

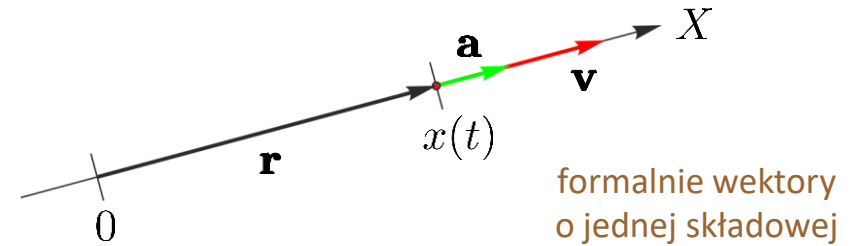
$$v(t) = v(t_0) + \int_{t_0}^t a \, dt = v_0 \quad \text{prędkość jest stała}$$

$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^t v \, dt = x_0 + v_0 t \quad \text{położenie zmienia się liniowo z czasem}$$

ruch jednostajnie przyspieszony ($a = \text{const} = a_0$)

$$v(t) = v(t_0) + \int_{t_0}^t a \, dt = v_0 + a_0 t \quad \text{prędkość zmienia się liniowo z czasem}$$

$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^t v \, dt = x_0 + v_0 t + \frac{a_0 t^2}{2} \quad \text{położenie zmienia się kwadratowo (parabolicznie) z czasem}$$



$$\mathbf{r}(t) = x(t) \mathbf{e}_x$$

$$\mathbf{v}(t) = v_x(t) \mathbf{e}_x$$

$$\mathbf{a}(t) = a_x(t) \mathbf{e}_x$$

POKAZ W2-3: tor powietrzny, ruch jednostajny, monitoring

POKAZ W2-4: tor powietrzny, ruch jednostajnie przyspieszony, monitoring

😊 **DZIĘKUJĘ ZA UWAGĘ** 😊